Thème : Description d'un mouvement.
Cours 9 : Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique.
(version élèves)

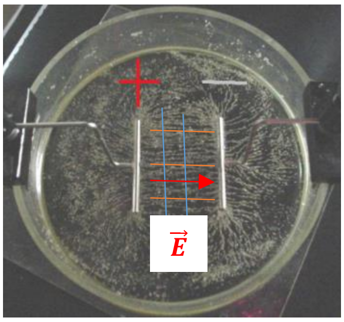
B.O. Mouvement dans un champ uniforme
Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme. Champ électrique créé par un condensateur plan. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme.
Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées.
Aspects énergétiques.
Capacités mathématiques : Résoudre une équation différentielle, déterminer la primitive d'une fonction, utiliser la représentation paramétrique d'une courbe.

I. Notion de champ électrique $\vec{E}$

On définit en un point de l'espace proche d'un corps électrisé un « champ électrique » tout comme au voisinage de la Terre on a défini un « champ de pesanteur»
Une charge test q se trouvant en un point M de l'espace où règne un champ électrique $\vec{E}$ (dont la source est un corps chargé) peut subir une force électrique $\vec{F}$ telle que $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$
Le champ électrique s'exprime en Volt par mètre (V/m).

Pour le condensateur plan, le champ électrique a pour expression $E = \frac{U_{PN}}{d}$
U_{PN} est la tension entre la plaque positive et la plaque négative. On peut écrire que la tension est la différence de potentiel entre la plaques positive et la plaque négative (ou P est la plaque chargée « positivement » portée au potentiel électrique V_P le plus haut, alors que N est la plaque chargée « négativement », portée au potentiel électrique V_N le plus bas).
d est la distance entre les plaques.

Avec une cuve rhéographique, on met en évidence les lignes équipotentielles électriques, analogues aux courbes de niveau. Comme les lignes de champ sont en tous points perpendiculaires aux lignes équipotentielles, une détermination de la configuration des lignes équipotentielles nous permet d'en déduire celle des lignes de champ électrique (perpendiculaire aux plaques)



Le champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants.

Si les lignes de champ sont parallèles entre-elles , on dit que ce champ est uniforme.

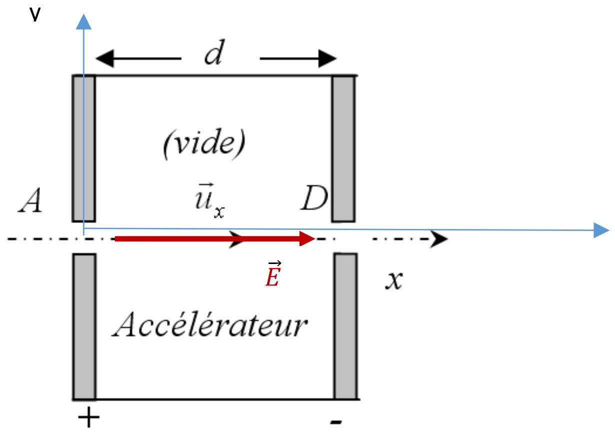
II. Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique - Les différents cas classiques

- La charge unique est positive (proton) q = +e
- La charge est positive (Cuivre II) q = +2e
- La charge est négative (électron) q = -e

Nous étudierons deux cas, permettant de résoudre tous les types de mouvement de particules dans un champ électrique.

1. Plaque verticale – Charge positive : Principe de l'accélérateur linéaire de particules chargées.

Un proton de masse $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg et de charge électrique $q = +e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C est accéléré sous l'action d'un champ uniforme *E.*
Sa vitesse initiale est nulle.
Ce champ électrique *E* est produit par l'application d'une tension *U* = 5 000 V entre deux plaques distantes de *d* = 0,100 m.
L'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}81$ m.s^{-2}



On rappelle que l'expression de la norme du champ *E* est $E = \frac{U}{d}$
La norme de la force électrique exercée sur le proton a pour expression $F = qE$

<u>Questions</u> :

Après avoir montré que le poids du proton était négligeable devant la force électrique exercée sur celui-ci, déterminer les équations horaires paramétriques en appliquant la deuxième loi de Newton.

Le poids a pour valeur *P* = ………
La force électrique a pour valeur *F* = ……….
Le rapport $\frac{P}{F} =$ ……………..

Système : le proton
Référentiel : terrestre supposé galiléen.
Bilan des forces :

- Poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- Force électrique $\vec{F} = q\vec{E}$ ou $\vec{F} = e\vec{E}$

Appliquer la deuxième loi de Newton au centre d'inertie G du système :

$\sum \vec{F} = m \cdot \overrightarrow{a_G}$

Soit : $\vec{F} = q\vec{E}$ Alors $q\vec{E} = m\vec{a}$ soit $e\frac{\vec{E}}{m} = \vec{a}$ Avec q = e

- Par projection dans le repère (*Ox* ; *Oz*) :

Pour connaître le signe de $a_x(t)$, il faut tenir compte du signe de la particule (dans ce cas positif) et de l'orientation du champ électrique par rapport à l'axe (O*y*) (dans ce cas dans le même sens) donc son signe est ici positif.

soit $\overrightarrow{a_G}\begin{pmatrix} a_x(t) = e\frac{E}{m} \\ a_y(t) = 0 \end{pmatrix}$

<u>Equations différentielles du mouvement de la particule</u>

Par définition $\overrightarrow{a_G} = \frac{d\overrightarrow{v_G}}{dt}$, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$ en primitivant les coordonnées du vecteur accélération $\overrightarrow{a_G}$

On constate l'existence d'une constante *C* dans l'expression des primitives.
En Physique, cette constante *C* représente la valeur de la grandeur étudiée dans les conditions initiales à $t_0 = 0$.

La particule étant abandonnée dans le champ de pesanteur sans vitesse initiale, on a :

$\overrightarrow{v_0}\begin{pmatrix} v_{0x}(0) = \quad\quad \\ v_{0y}(0) = \quad\quad \end{pmatrix}$ or $\begin{pmatrix} v_{0x}(0) = \quad\quad \\ v_{0y}(0) = \quad\quad \end{pmatrix}$ alors ………………………………

En primitivant, on a :

$\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_{Gx}(t) = \quad\quad\quad\quad \\ v_{Gy}(t) = \quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$ or ………………………… alors $\overrightarrow{v_G}\begin{pmatrix} v_{Gx}(t) = \quad\quad\quad\quad \\ v_{Gy}(t) = \quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$

Par définition $\overrightarrow{v_G} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, on obtient les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ en primitivant les coordonnées du vecteur vitesse $\overrightarrow{v_G}$

$\overrightarrow{OG_0}\begin{pmatrix} OG_{0x}(0) = \quad\quad\quad\quad \\ OG_{0y}(0) = \quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$ or $\begin{pmatrix} OG_{0x}(0) = \quad\quad\quad\quad \\ OG_{0y}(0) = \quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$ alors …………………

En primitivant, on a :

$\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ y(t) = \quad\quad\quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$ or ……………………… alors $\overrightarrow{OG}\begin{pmatrix} x(t) = \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ y(t) = \quad\quad\quad\quad\quad\quad \end{pmatrix}$

Application numérique :

$v_{Gx}(t) = \frac{qE}{m}t = \frac{qU}{md}\,t = \cdots \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.t =$ ………….. t
$x(t) = \frac{1}{2}\cdot\frac{qE}{m}\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{qU}{md}\cdot t^2 =$ …………………… t^2

Conclusion : Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

2. Plaques horizontales – charge négative.

L'expérience de J.J. Thomson

Lors de ses recherches dans son laboratoire de Cambridge, Thomson conçoit un dispositif dans lequel un faisceau d'électrons est dévié lors de son passage entre deux plaques où règne un champ électrique. La mesure de la déviation du faisceau d'électrons lui permet alors de déterminer le rapport e/m_e.

L'étude suivante porte sur le mouvement d'un électron du faisceau qui pénètre entre deux plaques parallèles et horizontales P_1 et P_2, dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ supposé uniforme et perpendiculaire aux deux plaques.

À l'instant t = 0 s, l'électron arrive en un point O avec une vitesse horizontale $\overrightarrow{v_0}$.
La trajectoire de l'électron s'effectue dans un repère (O,x,y)
L'électron de masse m_e et de charge q = – e, dont le mouvement étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen, est soumis à la seule force électrostatique $\overrightarrow{F_e}$.

2.1. Représenter sans souci d'échelle et en justifiant les tracés :
- le vecteur force $\overrightarrow{F_e}$ en un point de la trajectoire de l'électron ;
- le vecteur champ électrique $\vec{E}$ en un point quelconque situé entre les plaques P_1 et P_2.

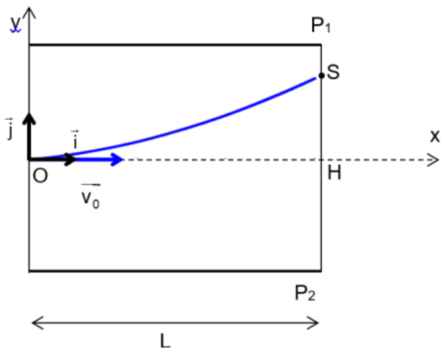
2.2. En utilisant la deuxième loi de Newton, déterminer les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement de l'électron.

2.3. Vérifier que la trajectoire de l'électron a pour équation : $y = \dfrac{e.E}{2.m_e.v_0^2}.x^2$.

2.4. À la sortie de la zone entre les plaques P_1 et P_2, l'électron a subi une déviation verticale SH comme l'indique le schéma. On mesure SH = y_S = $2{,}0\times10^{-2}$ m.

<u>Question</u> : Déterminer, dans cette expérience, la valeur du rapport e/m_e de l'électron. Conclure.

Données : Longueur des plaques : $L = 9{,}0\times10^{-2}$ m
Vitesse initiale de l'électron : $v_0 = 2{,}4\times10^{7}$ m.s^{-1}
Valeur du champ électrique : $E = 1{,}6\times10^{4}$ V.m^{-1}



<u>Réponse</u> :